

# ストラクチャル・ダイナミクス・シミュレーションにおける不確実性の取り扱いに対する 有限要素モデル・アップデートングおよび確率的解析の使用について

Eddy Dascotte

Dynamic Design Solutions n.v.

Interleuvenlaan 64

B-3001 Leuven

Belgium

Eddy.Dascotte@dds.be - [www.femtools.com](http://www.femtools.com)

## 要約

有限要素解析は仮想の製品開発を支援するための不可欠なツールとなった。しかしながら、物理的な構造物のモデリングにおいても、また製品の製造過程や使用環境における変動性の製品性能への影響においても、多くの不確実性が存在する。（コンピュータによる）デジタルの試作にうまく移行させ、それによって物理的な試作の数を減らすために、製品性能の予測は確信度という尺度で与えられ、かつ実験データに対抗し検証されるべきである。これには、物理的および数値的な不確実性を定量化することが必要である。

現行の有限要素モデルの検証およびアップデートングの実行は、入力パラメータとテスト結果に対する名目的な値に基づいている。ここでは、不確実性を表す任意のアップデートング・パラメータを使用した結果と統計的なテスト・データが述べられる。また、モデルの検証とアップデートング手順におけるモンテカルロ・シミュレーションのような確率的シミュレーション・ツールを組み込む方法に関するシナリオが概説される。

キーワード： *シミュレーション・モデルの検証, モデル・アップデートング, 不確実性解析, 確率的解析, ストラクチャル・ダイナミクス*

## 1. 緒言

CAD と CAE ソルバーの統合、自動メッシュ生成アルゴリズム、並列および分散型計算、および比較的低価格のエンジニアリング・ワークステーションの利用は、有限要素モデルのサイズの膨大化につながった。

しかし、今日取り組むことができる工学問題が非常に複雑になったという印象はあるが、モデル検証は見落とされてはならない。数値モデルは、解析者が結果に対して保証できる確信のレベルと同程度の価値がある。この保証なしに、

数値解析は仮想製品開発革命が頼りとする信頼できるエンジニアリング・シミュレーションのツールにはなり得ない。検証の方法論は、現実的な産業問題に適用された場合、数値シミュレーションの複雑さが増大することを考慮しなければならない。

解析結果と実験データとの比較は、モデルを検証するための容認された方法であり、理論的な解決策がない状態での唯一の可能な比較方法かもしれない。多くの状況下で、このテスト - 解析相関の結果は満足なものではなく、それに続くモデル・アップデートング過程を必要とする。しかしながら、数値シミュレーションおよび参照データとして役立つ実験データの双方に不確実性が存在することを殆どの解析者が認識しているにもかかわらず、この面は、現行の相関やアップデートングの手法において実際にまだ考慮に入れられていない[1]。

不確実なデータやノイズが含まれたデータが使用される場合、古典的な確定的アプローチは確かに誤った、誤解を招く結論に結びつくかもしれない。この危険を克服することができるのは統計的手法しかないことは明白である。単一の解析またはテスト結果を比較する代わりに、統計的相関は、構造物の応答の変動性を、分散（散らばり）、不確かさ、騒がしさの結果として反映するデータの組を比較する。あいまいなデータを用いるこの作業の結果は、相関の良し悪しが与えられた確率で定量化され、解析者に相関マトリックスに対する確信の尺度を与えるであろう。

モデル・アップデートング技術は、過去数十年間に成熟し、今日では、データ管理やグラフィカルな視覚化だけでなく、プリテスト解析、相関分析、誤差局在化（エラー・ローカライゼーション）、データの拡張および（または）縮小、感度解析、専用のモデル・アップデートングや最適化ソルバーのようなすべての不可欠なツールを提供する商用のソフトウェアの利用も可能である[2]。確率的解析は、

今ではモデルの検証とアップデーティングのプロセスにおいて不確実性を組み入れるソリューションを提供する。これは、アップデーティング・パラメータの選択や目標の定義（すなわち、相関がうまく行った場合）、および結果の解釈のような残存するいくつかの困難を解決する望みを与えてくれる。確率的解析から得ることのできる付加的な洞察なしに、これらの決定はいまだに主として工学的判断に基づいて行われている。

確率的解析は、ここでは確定的解析によって作り出された単一の点の結果ではなく、点群を作り出しそして解釈するツールの集まりとして定義されている。確率的手法は、モデル・アップデーティング（および相関分析や、感度解析のようなその支援ツール）とともに、不確実性に対処することによって現実的なシミュレーション・モデルの検証を強化するためのフレームワークを提供する。

後述する手法は一般に適用可能であるが、特に線形のストラクチャル・ダイナミクスに関して適用できる。このことは、今日のストラクチャル・ダイナミクスがさらに挑戦すべき種類の解析の一つであり続けているので、驚きではない。多くの影響を与える変数（しばしば減衰のように非常によく知られている）やそれらの相互作用は、解析者が最初から満足なモデルを生み出すことをめったに可能にしない。しかしながら幸いにも、その技術や機器は比較的速くかつ信頼できる方法で構造物の動的応答を測定するのに利用できる。さらにテストは、解析者にとって結果的に価値のある情報を含んだデータの潜在的に豊富な収集となる制御された実験室、あるいは現実の運転状況の下で行うことができる。

## 2. 不確実性の発生源

数値シミュレーション結果における不確実性は、それ自体が2つの主要なクラス：物理的不確実性（または分散）と数値的不確実性において、明白に現れる。

物理的不確実性、または分散が目に見えるようになる4つの主要なレベルが存在する。すなわち：

- 境界条件および初期条件 - 衝撃速度（着速）、衝撃角度、車両の質量、障害の特性など
- 材料特性 - 降伏応力、ひずみ率パラメータ、密度、局所的な欠陥など
- 幾何学特性 - 形状、厚さ、製造および組み立て過程の許容誤差など
- 負荷 - 地震、突風、波浪、爆風、ショック、衝撃など

分散のこれらの形式についての情報は、測定によって得られる。自然の分散と、少数の統計的サンプルに帰属するかもしれない分散からの本来の分散（多くの場合、高い）とを区別するために、サンプルの数が十分に多いことは評価される必要がある。

確率密度関数とそれに関連する特性は、テスト・データの統計的解析から得られる。例えば、等法性材料の弾性率は中間値と標準偏差によって特性付けられる正規（ガウス）分布を使って記述できる。

次のような種類の数値の不確実性は識別できる：

- 概念的なモデリングの不確実性 - 含まれる物理的なプロセスに関するデータの不足、系の知識の不足
- 数学的モデリングの不確実性 - 数学的モードの精度、有効性
- 離散化誤差の不確実性
- コード内のプログラミング・エラー
- 数値解の不確実性 - 丸め、有限空間と一時的収束

これらの種類の分散は、そこに含まれている物理学にかかわらず、存在するかもしれないし、存在しないかもしれない。数値的不確実性の現れの一例として、同一の有限要素モデルを使用して2つの有限要素コードによって得られる、異なった結果が挙げられる。確かに、ソルバーやプラットフォーム、および（または）要素の定式化を変えることが異なる結果を生じる原因になり得る。

不確実性がテストにも存在するという事は明らかである。物理的不確実性の可能な原因は、以下のことに関係している：

- テストの定義 - 取付け具、据付け方法、加振方法、トランスデューサの設定位置、センサーの重量など
- 動的負荷
- 計測機器 - 校正、ひずみ、ケーブル・ノイズなど
- データ集録 - デジタル信号処理、測定およびフィルタリング・エラーなど

特に、実験モード解析のような手法は、モード・パラメータの推定に使用される数学モデルにおける数値的不確実性の関与も受ける。

## 3. 不確実性に対処する方法

モデル・サイズ（すなわち、メッシュ密度）を増大させることが、必ずしもより良いシミュレーション・モデルに結びつくとは限らない。代わりに、製品の性能を支配する物理学を正確に表現する方がもっと価値がある。工学の系の複雑さと分散の存在を増大させたことが、結果的に不確実性、すなわち過去に CAE の中でしばしば見落とされてきた物理学の一つの層に帰着したのである。大規模で複雑な系の解析に不確実性を組み入れる場合、その性能は傾向、平均、あるいは最もあり得る性能という言葉で説明される。一方、古典的な確定的解析は、実際には最もあり得る性能と決して一致しない名目的な性能を改善しようとする。

これは、次の例において例証される[3]。期待値は中心となる傾向の尺度で、一般に確率変数の中間値と呼ばれている。

いま  $G(X)$  を連続確率変数  $X$  の連続関数であるものとしよう。この場合、 $G(X)$  の期待値  $E$  は次式のように与えられる。

$$E(G(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(X) f(X) dX \quad [1]$$

ここで、 $f(X)$  は  $X$  に関連する確率密度の分布を定義する確率密度関数(PDF)である。

一般的な場合、それは次のように表される。

$$E(G(X)) \neq G(E(X)) \quad [2]$$

例えば、 $G(X) = X^2$  なら

$$E(G(X)) = E(X)^2 + \sigma_X^2 \quad [3]$$

ここで、 $\sigma_X$  は  $X$  に関する標準偏差である。一方、

$$G(E(X)) = E(X)^2 \quad [4]$$

この結果の重要性は、一般に、構造物の応答の期待値は単に確率変数の名目値に関連する応答を計算するだけでは得ることができないということである。変数がランダムとして定義される場合、特定の確率的解析手法が要求されるのはこの理由のためである。特定の確率的解析手法は、変数に関する既知（または仮定）の分布から得られる応答の確率分布を推定するために必要である。統計的方法、特にモンテカルロ・シミュレーション(MCS) は、数値シミュレーションにおける不確実性を組み入れるためのソリューションを提供し、古典的な 1 対 1 の確定的相関ではなく、確率および確信度という言葉でシミュレーションとテストを比較する。

モンテカルロ法は、無作為抽出によって数学問題を解く数値解法である。この方法は、単にコンピュータの出現によってのみ可能になった。そしてその応用は、コンピュータ世代が新しくなるごとに拡大し続けている。今日では、その焦点は依然として（擬似無作為抽出、あるいは Latin Hypercube Design Of Experiments のような）サンプル数の縮小に当てられているが、モンテカルロ法はすべての場合にうまく行く一般的に適用可能な確率的方法であり、したがって参照ツールと考えられる。

モンテカルロ・シミュレーションに基づく確率的解析の概念は単純である：1組の設計パラメータが、それらの確率分布関数 (PDF) で指定され、その目的は統計的根拠で、つまり、ヒストグラムによって、系の性能の記述を得ることである。これは、(PDF に基づいた) 可能なパラメータ値の任意の選択を繰り返し生成し、各々の選択に対してソルバーを実行することによって行うことができる。各々の任意の選択は、異なる解析結果につながるであろう。すべての結果は、応答の PDF を得るために、または確信度の間隔

を得るために、統計的にポスト処理をされる。十分に多数の解析が行われれば、応答の PDF がそれらの実際の PDF に近づくことが示されるかもしれない。実行の制限された数だけで応答の PDF は近似的に知ることができる。しかしながら、工学上の解析に対しては、（それが信頼性の検討のために適用されない限り）極端な高精度は要求されないし、実際に現代の効率的なサンプリング・スキームは 100 ~ 150 の間の無作為抽出サンプルで実行が可能である。この数は、使用される任意のパラメータの数とは無関係である。

前の例において示されたように、単に入力確率変数の名目値に関連した応答を計算するだけでは構造物の応答の最もありそうな値を知ることはできないので、この種の反復的な無作為抽出と再解析が必要なることを理解することは欠かすことができない。同じ方法では、構造物の応答の実際的な最大と最小は、入力パラメータのそれぞれ最小値と最大値に関連する応答を計算すること（インターバル分析）によって得ることはできない。

これは、次の簡単な例において例証されている：N - 次元ベクトルのノルムは最小にする必要のある性能値であると考える。そのベクトルの N 個の成分が中間値 0 および標準偏差 0.3 を持つ任意の標準（ガウス）変数であると仮定する。これらの成分のサンプルは、N = 10 に対して、すべての変数が [-1, +1] の範囲にあることを示している。古典的な確定的方法でこの問題を解くと、ベクトルの最小ノルムがゼロであり、すべての成分もゼロでなければならないというつまらない解になってしまう。これは、N がどのような値であっても真である。極端な変数の値に対して計算されたノルムは 3.16 である。しかしながら、モンテカルロ・シミュレーションによってこの問題を解くと、次のような驚くべき結果になる：

N	最小ノルム	最大ノルム	中間ノルム
10	0.2	1.5	0.9
50	1.5	2.7	2.1
100	2.3	3.6	3.0

最小ノルムも中間ノルムもゼロではない。この表はまた、ベクトルの次元が増加すれば値も増加することを示しており、N のより高い値に対する結果も示している。

表の中の結果は、ベクトルを 1000 回シミュレートして得られた。最大値と最小値は、それぞれ 0.001 と 0.999 の累積確率値に対応する。しかし、非常に少ないモンテカルロ・サンプルしか使わずに近似的な数を見つけることができた。これらの値はベクトルのノルムの本来備わっている特性であり、モンテカルロ・サンプルの数の特性ではない。

上記の結果は、モデル検証が、シミュレーションとテストの結果を比較する場合に最もありそうな構造物の応答について関心を持つべきであることを示している。意味のある分散を示す系に対しては、この最もありそうな応答は確定的解析によって容易に得ることはできず、モンテカルロ・シミュレーションが必要である。

#### 4. 確率的検証とアップデートイング

[4-5] において、メタモデルの概念に基づくシミュレーション・モデル統計的な検証とアップデートイングへのアプローチについて述べられている。モンテカルロ解析手法はヒストグラムと分散図を作り出す。ヒストグラムは応答の値（または範囲）が得られる回数を示し、潜在的な確率密度を反映する。分散図は N 次元の点群の 2D 平面または 3D 空間への直交投影である。各点群は、任意の入力変数とそれに対応する出力値の間の関係を表す。入力変数の各状態（サンプルともいう）に対して一つの点が存在する。統計の場では、すべての点群を集めたもの、個々の入出力変数の組み合わせに対するもの、モデルの新しい概念の構成などは、しばしば文学でいうメタモデルとみなされる。このモデルは、入力 - 入力および出力 - 出力の関係によって補完される。点群の一例が、図 1 に示されている。

分散の存在において、単一の確定的応答は点群の中の 1 点のみを表し、したがって類似と傾向に関する情報はほとんど伝えないということは、いまや明らかである。一方、点群は、応答値が規定されたレベルの上か下にある確率という言葉で解釈できる。少なくとも、いまやすべての応答は、解析者が真の応答値はこの間隔内に存在するだろうと考える確信の度合いに関する情報を持った間隔として定義される。必要なら、付加的な統計情報を引き出すこともできる。

もう一つの基本概念は、メタモデル間の距離の概念である。統計理論では 2 つのメタモデル間の距離の単純な尺度、すなわち次のマハラノビス距離が提供される：

$$d_M = (\mu_1 - \mu_2)^t \text{COV}_p^{-1} (\mu_1 - \mu_2) \quad [5]$$

ここで、ベクトル  $\mu_1$  と  $\mu_2$  は各メタモデルの重心を表し、

$\text{COV}_p$  は共同計算用の(pooled)共分散マトリックスを表す。

関連の確定的尺度が、例えば共振周波数に関する平均的相対誤差のように、良いも悪いも確信度に依存するスナップ写真の尺度しか提供しないのに対して、マハラノビス距離は、それが点群の位置と形に基づいているので、明らかに遥かに安全な尺度である。一致とかパラメータ推定による運の良し悪し、あるいは変化する測定条件は、この結果にほとんど影響を及ぼさない。図 2 は 2 点群間のマハラノビス距離の例を示したものである。

数値シミュレーションとテストの双方にとって、メタモデルの概念は、マハラノビス計量とともに、統計的な探りと厳密な方法で応答の比較を可能にする。点群の位置と形は、参考となるテストのメタモデルと比較されるべきである。例えば、図 3 と図 4 に示された分散図を考えてみよう。2 つの楕円の主軸における違いは、構造物の幾何学形状の離散化における主要な欠点、2 つのモデル間の物理的な矛盾または単なるモデリングのエラーを示唆している。点群の

相対的な並進移動と全体にわたるサイズは、相対的な回転移動よりも修正が容易であるということは明らかであるに違いない。前者は単に機械的なエラーかグローバル・エラーを示す。一方、後者は通常、(ローカルな)物理的エラーを示す。

第 2 に、2 つのモデルにおける分散のレベルが明らかに異なる。これはある場合には望ましいかもしれないが、テスト・データに関する分散とのバランスがとれた、ある一つの分散のレベルを示すシミュレーション・モデルを得ることの方が一般に望ましい。

モデル・アップデートイングに向けたメタモデル解析の基本的な寄与は、系を支配するパラメータを正確に示す可能性、および入力と出力の変数間の相関を定量化することである。これは、確定的解析における感度解析に相当するものである。しかしながら、感度もしくは勾配の概念は、分散という存在においては、もはや存在しない。したがって、分散が非常に低レベルで無視できる場合でない限り、支配的なパラメータを識別するために他の手段を適用する必要がある。すべての利用可能な応答が、同じように等しい関連のものであるとは限らない。実際、統計的なポスト処理は隠れた関係を明らかにし、従属および独立の応答を識別するかもしれない。その結果、解析者は最も支配的なパラメータおよび独立の応答を含む系の規模を縮小することができる。支配的なパラメータと独立応答の間の回帰分析関係を使用することができるようになる。モデル・アップデートイングの目的は、対応するテストの点群にマッチさせるための確率的解析の結果得られる点群の重心、主方向、および密度を変える未知のパラメータの特性に関する連立方程式を解くことである。事実、これは出力の PDF が実験的参照応答の PDF に一致するように入力パラメータの確率密度関数 (PDF) を「更新する」ことになる。その最も単純な形式では、正規確率分布を仮定すると、これは (確定的モデル・アップデートイングにおけるような) 名目値に加えて、モデルのパラメータの標準偏差も調節されるべきであることを意味している。

これらの概念および可能な手順のより深遠な議論については、自動車 (クラッシュ・シミュレーション) や航空宇宙産業における初期の経験に基づく [4] を参照されたい。

それらが系の性能にどれほど影響を及ぼすかに基づく入力パラメータのランキングが、後の設計改良段階において付加的な利点を与えるということは留意されるべきである。実際、設計者またはエンジニアは、2 次的な影響のみを持つパラメータを用いて時間を浪費する必要はない。代わりに、設計の機能的な性能は、最も支配的なパラメータのみで働くことにより、最も効率的に修正することができる。これらのパラメータの分散を (例えば、製造の許容誤差をもっと厳しく指定することによって) 縮小することは、設計の健全さという面では最も価値のあることである。一方、エンジニアは性能に重大な影響を及ぼさず、プロセスにおいて製造コストを節減するパラメータについては、許容誤

差を緩めるべきである。パイ・チャートを使ったパラメータ・ランキングの一例が図5に示されている。

## 5. 確定的手順と確率的手順の混合手法

CAE そして特にシミュレーション・モデルのアップデーティングに対して確率的アプローチを採用した結果が重要である。勾配（感度解析）や変動性解析や最適化のような概念は、パラメータと応答の間の関数的関係に頼っている。したがって、この関係がメタモデルの言葉で記述されると、もはやそれは用いることができない。これは今やまさに、我われが既存の確定的アップデーティング技術をすべて投げ捨てるべきであることを意味している。

上記の確率的手法は、エンジニアが無制限のシミュレーション・パワーとテストにアクセスできる理想化されたプロセスを表す。実際には、次のような障害が起こる：

- テスト・データの量と質は、テストのために利用できる厳密な予算と時間の枠によって制限される。実際には、テストは一つしか可能でないかもしれず、確率分布に関する信頼できる統計情報がない。
- 入力パラメータの確率分布は徹底的なテスト結果としてのみ知ることができる。このことは確かに勇気付けられるが、時間のほとんどが名ばかりか、または最小値と最大値しか使えない。
- モデル・サイズとソルバー・タイムは依然として実行できる再解析実行の数を拘束している。やり方を変えることはできるが、数値的な不確実性も生じる。
- 必要なサンプルの数に関する不確実性。例えば：限界信頼性解析は、もし必要条件として 10000 個の製品の中で失敗するかもしれないのは 1 個未満であると述べられていれば、100 のサンプルだけでは MCA を受け入れない。
- FEA とテストの間の「距離」は重要であり、分散のみで説明できるものを凌ぐ可能性がある。予備的な解析の段階において、使用される FE モデルが多くの欠陥（例えば、FE モデルが簡単に系の真の応答を表せない、間違った物理特性が使用されている、数値エラーが存在する など）を示す場合、それは費用の掛かる確率的解析の実行には使用されない。

これらの場合には、古典的な確定的相関とモデル・アップデーティングが依然として良い貢献を為すであろう。古典的なテスト - 解析相関とモデル・アップデーティングが変更なしに適合する確定的 / 確率的混合手法を採用することが提案されている。

ストラクチャル・ダイナミックスの適用する確定的相関およびアップデーティング手法は、測定されたモード特性と線形の項に限定されテラー級数展開の項で表される構造

パラメータの間の関数的関係に基づいている。この関係は次のように書くことができる：

$$\{R_e\} = \{R_a\} + [S]\{\{P_u\} - \{P_o\}\} \quad (6)$$

または

$$\{\Delta R\} = [S]\{\Delta P\} \quad (7)$$

ここで、

$\{R_e\}$  系の参照応答を含むベクトル（実験データ）

$\{R_a\}$  パラメータ値の与えられた状態  $\{P_o\}$  に対する予測された系の応答を含むベクトル

$\{P_u\}$  アップデートされたパラメータ値を含むベクトル

$[S]$  感度マトリックス

初期モデル予測とテスト・データの間の矛盾は、次式で与えられる重み付き誤差  $E$  を最小化することによって求められる：

$$E = \{\Delta R\}^T [C_R] \{\Delta R\} + \{\Delta P\}^T [C_P] \{\Delta P\} \quad (8)$$

$[C_R]$  と  $[C_P]$  は、それぞれ系の参照応答と初期パラメータ推定におけるユーザーの確信度を表す[6]。確信度マトリックスが複数のテストの統計的ポスト処理から導き出される場合は、それらは共分散マトリックスから得られる。(8)式より、パラメータ値に関して  $E$  を最小化すると、同時にシミュレーションとテスト結果（共振周波数、モード相関係数などに対する単一の値に基づいている）の間の距離を縮小するパラメータ値に対するアップデートされた値になるが、同時に元のモデルとアップデートされたモデルの間の距離を（パラメータ変動という言葉では）最小のままである。

FEMtools [2] のような商用のソフトウェアに上記の方法を組み込むと、シミュレーション・モデルの挙動を調べて相関を改善するために異なる戦略をすばやく試みるために、応答とパラメータの種類の幅広い選択を解析に対して提供する(図6参照)。しかしながら、ダイナミックスにおける検証は、モードの直交性（防衛産業や航空宇宙産業いんおける標準に基づく）およびモード・ベクトル相関に焦点が当てられている。工学的判断は、アップデーティング変数の選択や、目標の定義および結果の解釈に対していまだにクリティカルなままである。後者は確率的概念の導入によって最も利益を得るであろう。

確定的 - 確率的混合手法は、前節で述べた手法のような完全に確率的な手法の出現前の中間段階として用いられる。この手法をもっと詳しく調べてみよう（図7参照）：

- モデルに関係する不確実性（部分的に物理的、部分的に数値的）と製造および運転による不確実性とを識別する。
- 古典的な確定的相関およびアップデーティングを適用する。結果は改善されたグローバル相関レベルと、その変動に必要な最小のパラメータ変動に関する情報である。
- 入力パラメータの確率密度関数（PDF）を推定する。
- 出力応答に関するシミュレートされた PDF を得るために、恐らくは縮小モデルおよび（または）スマート・サンプリングを使ってを用いて、モンテカルロ・シミュレーションを実行する。
- 出力応答に関する PDF が（複数のテストから）利用可能なら、シミュレートされた PDF と比較する。この比較はテスト PDF について行われたいか成る仮定も調節し、入力パラメータの PDF を調節するための情報を提供する。
- アップデートされたシミュレーション・モデルはその後の最適化（確定的）に使用できる。
- アップデートされた入力パラメータに関する PDF を適用して、最適化された FEM の出力応答 PDF を予測し、品質、コスト、健全性および信頼性という言葉で解釈する。

クリティカルな部分は、モンテカルロ・シミュレーションに必要な数値的再解析である。一般には有限要素モデルが使用されるので、このことは、パラメータ値のサンプルごとに新しい FE モデルが生成され、ソルバーを通過する必要があるということである。サンプルの数を減らすことができる現代の MCS 手法に加えて、再解析段階を加速する可能な方法として、以下のものが挙げられる：

- モード解析ソルバー
- 縮小システム・マトリックス、および恐らくは縮小マトリックスの摂動
- より大きいレベルに対しては、（分散の非常に小さいレベルに対する）1次勾配から高次の感度解析までを使用する。一般的な方法では、応答曲面が使用できる。標準のストラクチャル・ダイナミックスは、1次勾配の効率的な計算と応答平面の構築を考慮に入れる。実験的手法の設計または高度な変動性解析は、より高次の応答曲面が必要である。

## 6. 結論

単一のテストを用いた単一の確定的モデルの検証は、スナップ写真のような結果につながる。これは入力パラメータのラフな校正を行ったり、モデルの挙動に対する洞察を増したりするためには価値があるかもしれないが、その一方で、より幅の広い写真に関する情報が欠如している。この情報の不足は、現在は解析者の工学的判断によって償わなければならない、モデルの検証とアップデーティングのプロセスの一層の自動化を不可能にしている。確率的解析は、

不確実性の管理や知識データベースとともに、また大規模な計算容量によって可能になり、CAE に革命を起こすために必要なツールを提供し、より良く、より信頼できるシミュレーション・モデルに結びつき、また今日ではモデルがますます大きくなる傾向にあると思われるが、必ずしもそれほど大きくしなくてもよいようになる望みを与えてくれる。利用可能な計算容量と CAD モデルにリンクされた自動メッシュ生成ツールは、ますます大きくなる FE モデルを実行するために使用するのではなく、品質の改善やコストの低減、あるいは強靱な設計と信頼性解析に対する基礎として有効であり、強化され、そして使用されるメタモデルを構築するために使用されるべきである。

## 参考文献

- [1] Friswell M.I., Mottershead J.E., *Model Updating in Structural Dynamics: A Survey*. Journal of Sound and Vibrations 167:347-375.
- [2] FEMtools 3.0, Software for Correlation, Validation and Updating of Simulation Models, Dynamic Design Solutions N.V., [www.femtools.com](http://www.femtools.com).
- [3] Lust R.V., Wu Y.-T.J., *Probabilistic Analysis – an Introduction*, Experimental Techniques, September/October 1998.
- [4] Marczyk J., *Principles of Simulation-Based Computer-Aided Engineering*, FIM Publications, 1999.
- [5] Marczyk J., *Statistical Validation of FE Models Using Experimental Data*, Proceedings of the 21th ISMA Conference. 1996.
- [6] Collins J., Hart G., Hasselman T., Kennedy B., *Statistical Identification of Structures*, AIAA journal, 12/2, Feb. 1974, 185-190

## 図

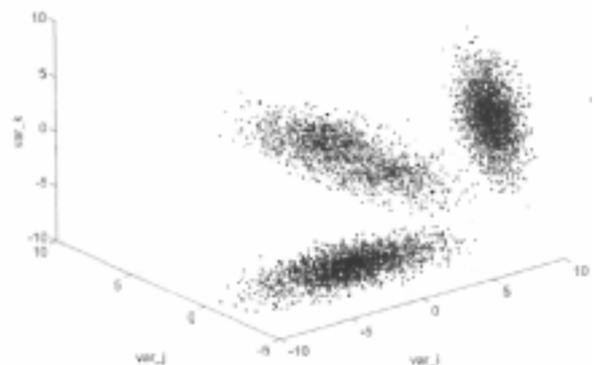


図1 3D点群として表現されたメタモデル

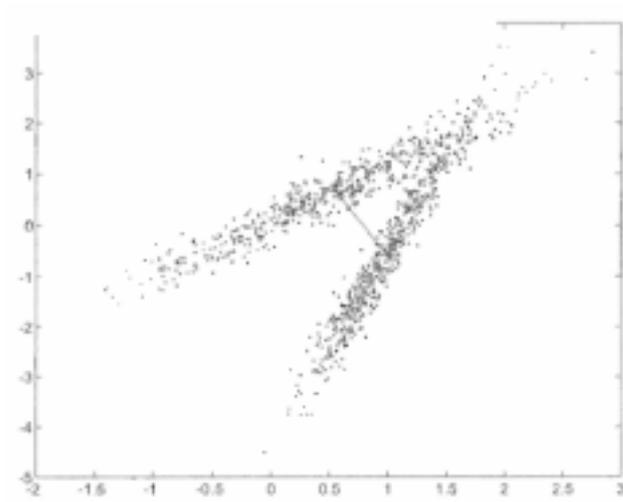


図2 各点群の平均について測定されたメタモデル間のマハラノビス距離

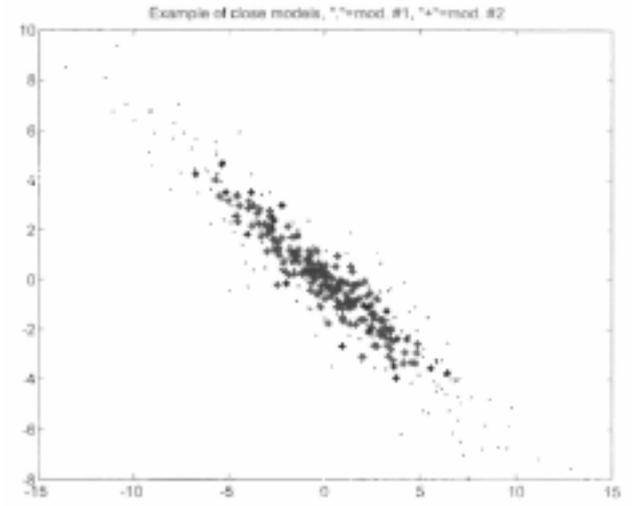


図4 物理的に近い2つのモデルの例

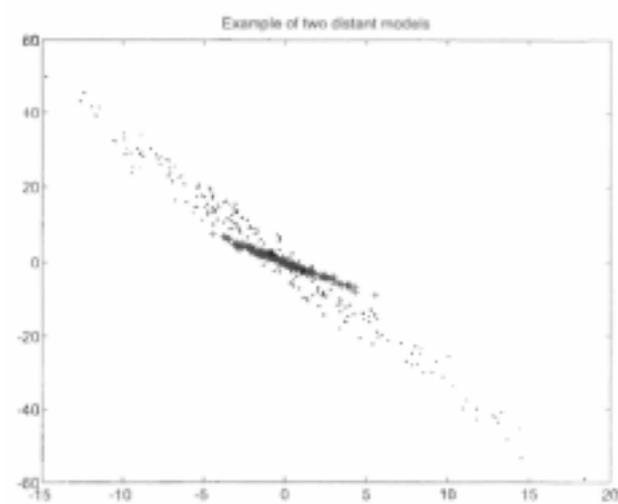


図3 物理的に遠く離れた2つのモデルの例

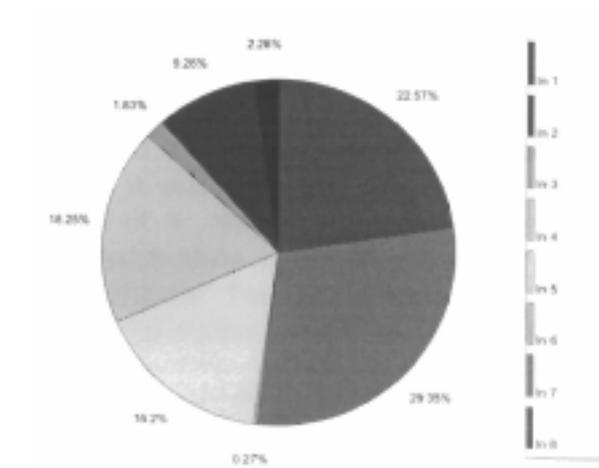


図5 Spearman's rank correlation 法を使った支配変数の同定。最高位の変数は、分散（ばらつき）を考慮して、応答に対して最高の相対的影響を持つ。

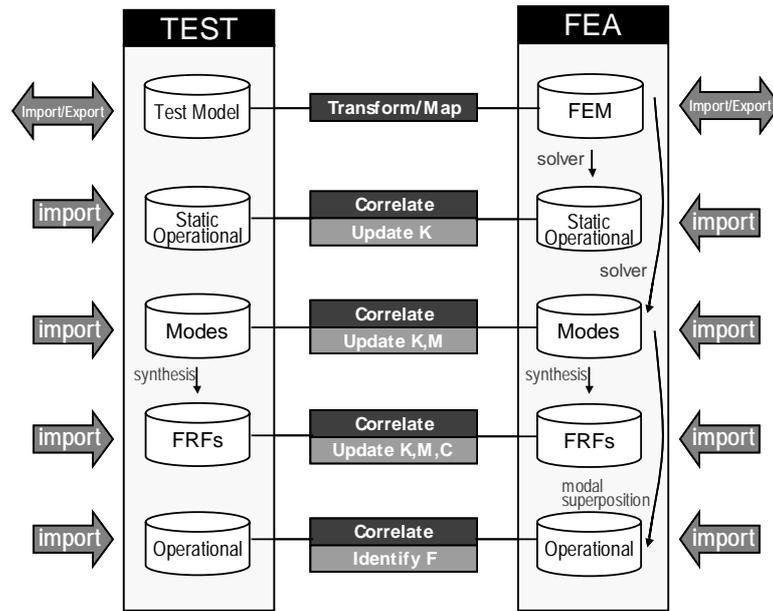


図6 ストラクチャル・ダイナミクスに関するテスト - 解析相関と有限要素モデルのアップデートイング

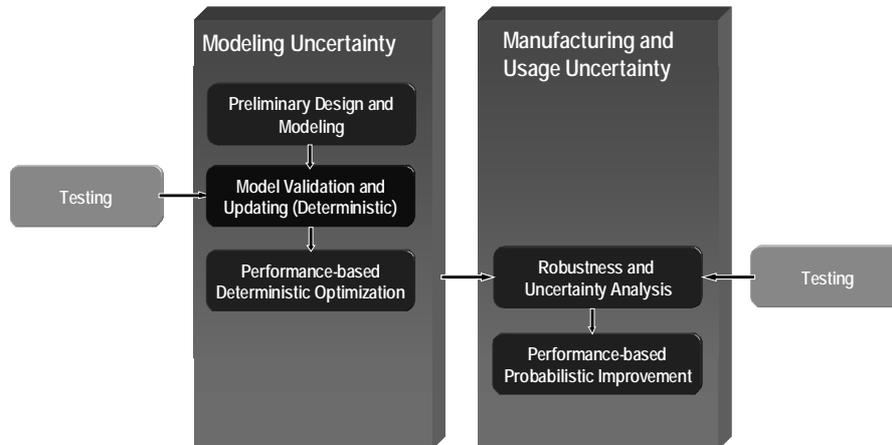


図7 古典的なモデル検証と、入力パラメータに関する不確実性および参照テスト・データにおける不確実性を導入するための確率的解析とを組み合わせるための確定的 - 確率的混合手法