

Questo articolo introduce la motivazione ed i vantaggi attesi dalla correlazione fra FEA e test sperimentale.

# Correlazione tra FEA e Test

Tipiche applicazioni si trovano nell'ambito dell'analisi modale, dove strutture e procedure efficienti sono, al giorno d'oggi, disponibili per la calibrazione dei modelli analitici, al fine di una miglior corrispondenza con i risultati dei modelli sperimentali. Viene qui offerta una panoramica degli strumenti d'uso, assieme alla prospettiva di dover tenere in considerazione l'incertezza, analogamente ad una visione futura della tecnologia.

A cura di **Eddy Dascotte**, Dynamic Design Solutions, Leuven, Belgium  
Traduzione a cura del **dr. Giuseppe Miccoli**, IMAMOTER, CNR, Ferrara

# FORMAZIONE

**P**er molti anni si è avuto un divario notevole fra analisti, che fanno uso del metodo a elementi finiti, ed ingegneri, dediti alle procedure di test sperimentali. Sebbene i responsabili dei settori ingegneristici, a tutti i livelli, abbiano, da molto tempo, riconosciuto i

vantaggi dei processi che combinano gli approcci analitici con quelli sperimentali ai fini della progettazione e dell'analisi, la loro implementazione, in molti casi, è stata ostacolata da ragioni pratiche e culturali. Gli analisti e gli sperimentalisti, infatti, utilizzano il loro proprio

vocabolario, lavorano in posti diversi ed usano, spesso, differenti tipi di piattaforme, nonché codici di calcolo e formati dei file fra loro incompatibili. Molti cambiamenti di tipo tecnologico ed organizzativo hanno reso possibile, in anni recenti, la rimozione di questi ostacoli:

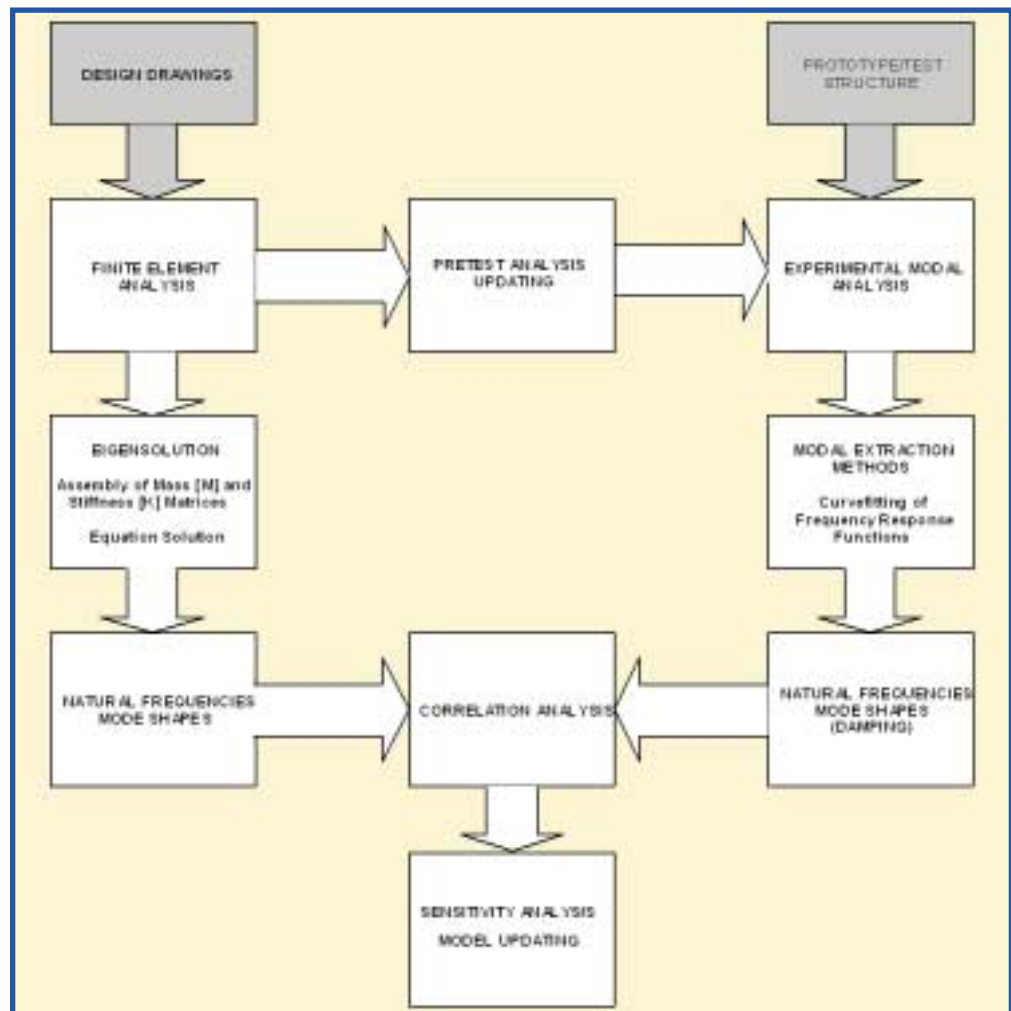


Figure 1: Procedura generale per correlare test ed analisi nell'analisi modale.

- piattaforme potenti ed affidabili offrono, ora, prestazioni sufficienti per effettuare analisi a elementi finiti nell'industria e, analogamente, per pilotare tutti i tipi di sistemi di test;
- i calcolatori sono connessi da reti (LAN, WAN ed Internet) cosicché i file di dati possono essere facilmente fatti transitare da un sistema ad un altro;
- gli analisti e gli ingegneri dei test hanno accesso a corsi, materiale scientifico e conferenze che focalizzano il tema della correlazione fra FEA e test;
- nuove strutture tecniche fanno incontrare persone con un differente livello di formazione, consentendo un facile accesso ai laboratori di test ed agli strumenti di simulazione.

In aggiunta, esistono, ora, parecchie strutture di integrazione dedicate che aiutano a rimuovere ogni ulteriore barriera. Queste sono progettate attorno ad un database che può contenere dati analitici e di test, importati impiegando traduttori di dati fra codici FEA, commerciali o sviluppati 'in casa', e sistemi di test. In funzione delle necessità e degli obiettivi, strumenti di analisi integrati possono utilizzare queste risorse di dati ibridi in processi sinergici, basati sul principio decisione/conoscenza, dal quale può trarre vantaggio l'intero gruppo di ingegneri (figura 1). Alcuni esempi:

- i risultati FEA possono essere usati per ottimizzare il setup sperimentale (analisi di pre-test, test virtuale);
- i risultati dei test sono impiegati quali dati di riferimento per validare, calibrare od ottimizzare un modello a elementi finiti, usando la localizzazione dell'errore, l'analisi di correlazione e strumenti di aggiornamento del modello;
- proprietà fisiche non note o conosciute con poca esattezza (ad esempio, lo smorzamento) possono essere definite e le incertezze nei modelli a elementi finiti meglio verificate;
- i modelli ibridi che contengono componenti FE ed altri provenienti dal test possono essere sviluppati per costruire modelli più completi che includano tutti i componenti essenziali che rendono conto

della risposta complessiva, riuscendo a mantenere un buon bilanciamento fra grandezza del modello e prestazioni.

Risulta estremamente importante che i codici di integrazione ed di analisi non diventino un ostacolo in se stessi. Diversamente dal CAD e dal FEA, questi strumenti non possono essere usati su una base giornaliera e, di conseguenza, dovrebbe essere facile apprenderli, mediante una interfaccia utente che rispecchi gli standards e sia semplice e logica. E' essenziale che l'interfaccia utente, la grafica, gli strumenti di analisi e quelli per realizzare i report possano essere personalizzati ed estesi, in modo tale da poter essere integrati in un ambiente CAE esistente. Mediante una diffusione maggiore dei dati di test ed analisi combinati, i gruppi di ingegneri e di direzione guadagneranno più confidenza nelle simulazioni che necessitano sempre più di essere correlate ai fini dell'ottimizzazione di progetto, delle analisi acustiche e di fatica, e così via. Essi guadagneranno, anche, esperienza per la modellazione futura, la realizzazione di una conoscenza riutilizzabile e più rapidamente acquisiranno accorgimenti essenziali, come il saper giudicare un'analisi dal punto di vista ingegneristico.

## Necessità di maggior sperimentazione

Nel nostro mondo competitivo, gli ingegneri si trovano ad affrontare la sfida di progettare prodotti sempre più complessi che devono soddisfare criteri di maggior accettabilità. Questi prodotti devono essere più resistenti, più leggeri, più silenziosi, più sicuri e meno costosi da costruire e per manutenzione. Al fine di mantenere tempi di sviluppo e costi a livelli competitivi, l'industria fa affidamento sugli strumenti di simulazione al calcolatore. L'analisi a elementi finiti (FEA) rappresenta una tecnica potente per simulare e migliorare le caratteristiche di un prodotto sottoposto a differenti condizioni di carico. Il metodo FEA si è sviluppato negli ultimi tre decenni ed ha raggiunto un punto in cui progettazione, modellazione, ana-

lisi e post elaborazione dei dati cominciano ad essere altamente integrati ed automatizzati.

Questo approccio predittivo fa affidamento sulla qualità del modello di simulazione, i codici per analizzarlo e le capacità di giudizio critiche dell'analista durante l'interpretazione dei risultati.

Al fine di mantenere il passo con le richieste sulla qualità, i modelli e le procedure di simulazione devono essere validati. Fra i differenti modi impiegati a tal fine, il test è, intuitivamente, ancora quello preferito.

Un approccio di progettazione ed analisi, basato su tentativi ed errori che coinvolge la realizzazione di una serie di prototipi, comporta il dispendio di troppo tempo e si dimostra molto costoso. Ne consegue la necessità di ridurre il numero di iterazioni sui prototipi. Ciò può essere conseguito ottenendo maggiori informazioni in base al test su un prototipo ed eseguire un numero maggiore di simulazioni. In definitiva, è improbabile che saremo capaci di ottenere un progetto giusto, in un solo giorno e la prima volta, ed eliminare completamente il test, in considerazione del fatto che l'analisi diventa sempre più ambiziosa e mira a simulare il tempo di vita complessivo del prodotto. Risulterà estremamente difficile restare 'in vetta' alla crescente complessità che si incontra quando si modellano prodotti assemblati (in termini di componenti), impiegando nuovi materiali (compositi invece dei metalli) e tenendo conto degli effetti di realizzazione del prodotto e dei carichi ambientali.

Al fine di indirizzarsi con successo verso la prototipazione digitale e, conseguentemente, ridurre il numero dei prototipi fisici, la predizione delle prestazioni dovrebbe essere effettuata con una misura di confidenza e validata in considerazione dei dati sperimentali. Ciò richiede di quantizzare l'incertezza fisica e numerica. Per raggiungere questo fine, si richiede un cambiamento fondamentale che conduca ad altre forme di modelli di simulazione capaci di rappresentare gli aspetti fisici di base ed importanti in un modo più realistico. Mentre il FEA attuale si basa su valori nominali da attribuire ai parametri in ingresso, questi nuovi modelli saranno, per natura, di tipo probabilistico. Si richiede

maggior test per poter contare su una quantità enorme di dati che possano essere statisticamente post elaborati e convertiti in conoscenza e capacità d'indagine [1].

## L'indeterminazione è ovunque

L'indeterminazione nei risultati della simulazione numerica si manifesta nelle due classi principali di indeterminazione fisica e numerica.

Esistono quattro principali livelli ai quali l'indeterminazione fisica, o dispersione, diventa visibile, e cioè:

- condizioni al contorno ed iniziali - velocità d'impatto, angolo d'impatto, massa del veicolo, caratteristiche delle barriere, etc.
- proprietà del materiale - sollecitazione di snervamento, parametri della velocità di deformazione, densità, imperfezioni locali, etc.
- geometria - forma, spessore, tolleranze di costruzione ed assemblaggio, etc.
- carichi - terremoti, colpi di vento, onde del mare, esplosioni, urti, impatti, etc.

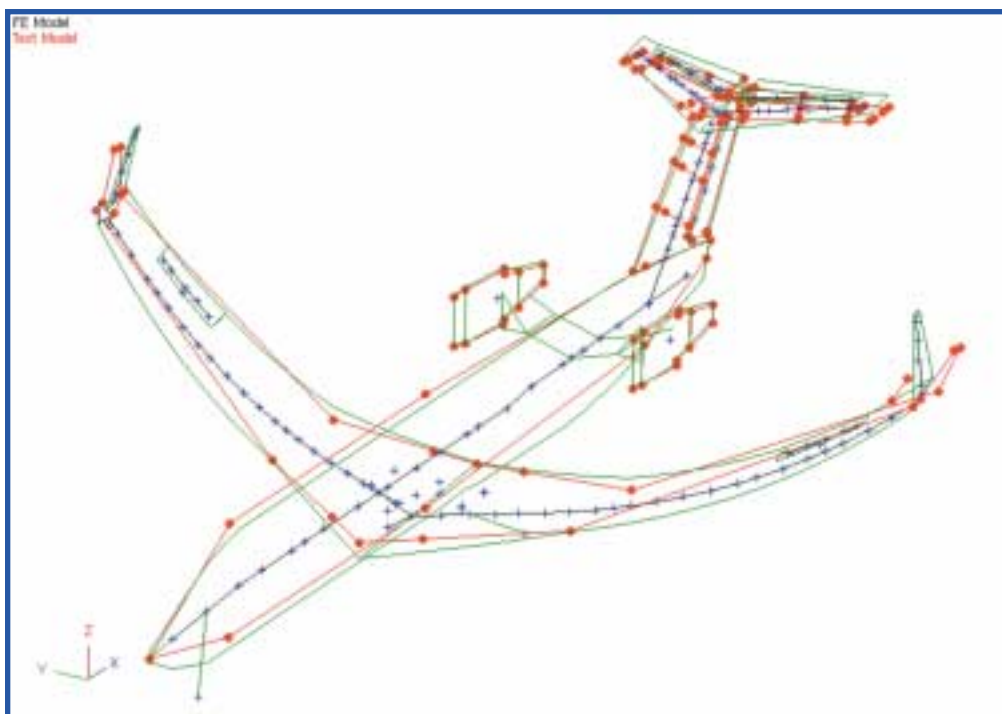
L'indeterminazione è ulteriormente incrementata poiché molte di queste proprietà possono variare, in modo significativo, con la temperatura, la frequenza o l'entità del carico.

Informazioni su queste forme di dispersione si possono ottenere mediante le misure. Si deve valutare un numero sufficientemente grande di campioni, al fine di distinguere le dispersioni naturali ed intrinseche da quelle (spesso grandi) che possono essere attribuite ad un piccolo numero di campioni statistici.

Le funzioni di distribuzione di probabilità e le loro proprietà associate si possono ottenere dall'analisi statistica dei dati di test. Per esempio, il modulo elastico di un materiale isotropo può essere descritto usando una distribuzione normale (Gaussiana) che è caratterizzata da un valore medio e da una deviazione standard.

Si possono definire i seguenti tipi di indeterminazione numerica:

- indeterminazione concettuale sulla modellazione - mancanza di dati sul processo fisico considerato, mancanza di



**Figure 2:** Modello a linee di un aereo usato per correlare i modi flettenti dell'ala con i dati dei test di vibrazione. Elementi trave vengono impiegati per modellare la fusoliera e le ali (blu). Le locazioni dei sensori sono indicate in rosso. Le linee verdi rappresentano elementi non strutturali che sono usati per connettere i dati dei sensori ai nodi degli elementi finiti.

conoscenza del sistema

- indeterminazione matematica sulla modellazione – precisione sulla validità del modello matematico
- indeterminazione sull'errore di discretizzazione – scelta del tipo di elemento, densità della mesh, livello di dettaglio geometrico
- indeterminazione sulla soluzione numerica – arrotondamenti, tolleranze sulla convergenza, passo d'integrazione
- errori umani – errori di programmazione nel codice numerico o utilizzazione errata dei programmi, errori nei dati od unità.

Questi tipi di dispersione possono esistere, oppure no, indipendentemente dalla fisica coinvolta. Un esempio della presenza dell'indeterminazione numerica si ha nei differenti risultati che si possono ottenere da due codici di calcolo a elementi finiti, impiegando lo stesso modello. In effetti, il cambiamento del solutore, della piattaforma per il calcolo o del tipo di elemento possono rappresentare possibili cause a giustificazione di differenze notevoli. Risulta evidente che l'indeterminazione esiste anche nella procedura di test. Possibili

cause di indeterminazione fisica sono correlate a:

- definizione della procedura di test – installazione, procedure di assemblaggio, metodo di eccitazione, posizionamento del trasduttore, peso del sensore, carichi dinamici
- strumentazione – calibrazione, distorsione, rumore dai cavi
- acquisizione dei dati – acquisizione del segnale digitale, errore di misura e filtraggio.

Anche tecniche quali l'analisi modale sperimentale sono soggette all'indeterminazione numerica nei modelli matematici che sono usati per la stima dei parametri modali. Riconoscere l'esistenza di indeterminazione e di dispersione costituisce una ragione sufficiente per impiegare maggior tempo nella validazione dei modelli di simulazione. Tuttavia, la validazione di un solo modello, usando un solo test, porta esclusivamente ad un risultato istantaneo. Mentre ciò può dimostrarsi valido per una calibrazione grossolana dei parametri in ingresso, si dovrebbe capire che l'informazione sull'intero problema non si ha a meno che i parametri in ingresso ed i dati di test di riferimento non siano tenuti nella giusta

considerazione. A seconda del fine della simulazione e del numero e tipo dei dati di test di riferimento disponibili, si possono incontrare differenti situazioni:

- selezione dei parametri basata su una gerarchia definita dal livello di indeterminazione e sensibilità (giunti, materiali, ...). Ciò può richiedere differenti tipi di attività quali aggiornamento dei parametri geometrici, identificazione dei materiali, ottimizzazione della mesh o identificazione dei carichi
- la mesh stessa determina i parametri di aggiornamento. Alcuni esempi sono i modelli a linee per l'analisi della vibrazione dell'ala (figura 2), i modelli di componenti che necessitano di essere ridotti ed inclusi in un assemblaggio (sintesi) o semplicemente per efficienza di calcolo, i modelli ottimizzati per essere impiegati in analisi sia statiche che dinamiche (sollecitazioni, ottimizzazione), i modelli da usarsi per l'analisi acustica, etc.
- le dispersioni sulle risposte in output, ottenute da test ripetuti sulla stessa struttura o testando molti campioni, possono essere usate per identi-

ficare od ottimizzare stime sulle caratteristiche random dei parametri in ingresso, portando ad un modello di simulazione stocastico validato ed aggiornato.

Dai paragrafi precedenti dovrebbe risultare evidente che sviluppare una strategia idonea di validazione ed aggiornamento del modello rappresenta un argomento complesso e che questa dovrebbe essere considerata un processo che deve essere adattato a necessità specifiche. Ciò richiede l'accesso ad una serie di strumenti in un ambiente flessibile e programmabile.

## Aggiornamento deterministico del modello

La maggior parte delle tecniche di correlazione ed aggiornamento per le applicazioni dinamiche strutturali si basa sulla relazione funzionale fra le risposte misurate ed i parametri strutturali, che può essere rappresentata come espansione in serie di Taylor, limitata a termini lineari [2]. Questa relazione può essere scritta come:

$$\{R_o\} = \{R_a\} + [S] (\{P_u\} - \{P_o\}) \quad (1)$$

o

$$\{\Delta R\} = [S] \{\Delta P\} \quad (2)$$

dove:

$\{R_o\}$  vettore che contiene le risposte del sistema di riferimento (dati sperimentali)  
 $\{R_a\}$  vettore che contiene le risposte del sistema predette per uno stato definito  $\{P_o\}$  dei valori dei parametri  
 $\{P_u\}$  vettore che contiene i valori dei parametri aggiornati  
 $[S]$  matrice di sensibilità.

La differenza fra le predizioni iniziali sul modello ed i dati di test è ridotta minimizzando una funzione di errore filtrata, data da:

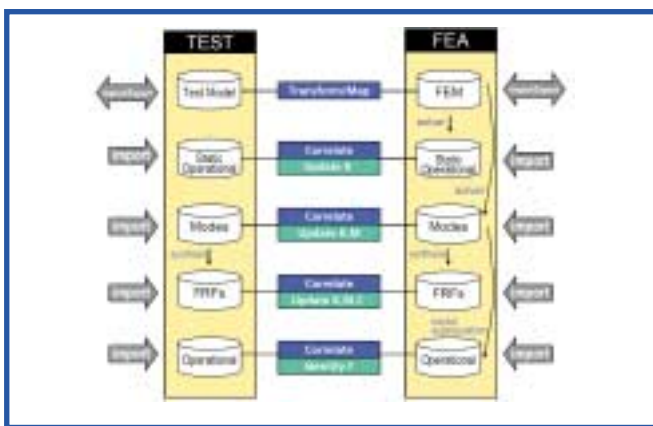
$$\text{Min}(E = \{\Delta R\} [C_r] \{\Delta R\} + \{\Delta P\} [C_p] \{\Delta P\}) \quad (3)$$

e sottoposta ai vincoli

$$g_i(P) \leq 0; P_{\min} \leq P \leq P_{\max} \quad (4)$$

Le matrici  $[C_r]$  e  $[C_p]$  esprimono, rispettivamente, l'affidabilità dell'utente sulle risposte nel sistema di riferimento e sulle stime iniziali dei parametri. Nel





**Figure 3:** La correlazione test-analisi e l'aggiornamento del modello FE per l'analisi strutturale può necessitare di dati di risposta statica o dinamica per aggiornare la massa ( $M$ ), la rigidità ( $K$ ), lo smorzamento ( $C$ ) o i carichi ( $F$ ).

caso in cui le matrici di affidabilità siano ottenute da una post elaborazione statistica di test multipli, allora queste si possono ottenere dalle matrici di covarianza.

La derivazione dell'equazione (3) e la minimizzazione di  $E$  rispetto ai valori dei parametri portano ad una stima aggiornata dei valori dei parametri che riducono la differenza fra i risultati della simulazione e quelli dei test, nello stesso tempo minimizzando la differenza fra il modello originale e quello aggiornato (in termini di modifiche dei parametri).

La similarità fra il modello aggiornato, definito dalle equazioni (3) e (4), ed il problema generale di ottimizzazione del progetto, è sorprendente.

Tuttavia, mentre la 'funzione obiettivo' nell'ottimizzazione del progetto, di solito, esprime la qualità del progetto in termini di costo, peso, affidabilità, etc., l'aggiornamento del modello va riferito al suo miglioramento, al fine di una migliore predizione del comportamento osservato, limitando, allo stesso

tempo, le modifiche al modello stesso. Ciò si traduce in scelte differenti di obiettivi, variabili e vincoli.

Nell'ottimizzazione di progetto, un ottimo è accettabile nel momento in cui i vincoli imposti ai parametri sono soddisfatti. Nell'aggiornamento del modello, le modifiche allo stesso dovrebbero restare all'interno dell'intervallo di variabilità dei parametri in ingresso. Ciò è garantito non soltanto soddisfacendo ai vincoli propri sui parametri, ma anche aggiornando i parametri più adatti.

Un altro argomento fondamentale consiste nel fatto che il sistema di equazioni (1), di solito, è indeterminato, cioè il numero dei parametri da aggiornare di gran lunga supera quello delle risposte. Soluzioni possibili consistono nella riduzione del numero dei parametri di aggiornamento o l'aumento del numero delle risposte.

Alcuni modi per ridurre il numero dei parametri di aggiornamento sono:

- l'impiego di tecniche quali l'analisi di correlazione loca-

le, l'analisi di sensitività e l'analisi di indeterminazione, al fine di ridurre la grandezza del modello in termini di numero di combinazioni critiche fra i parametri in ingresso

- il raggruppamento di elementi e la selezione di parametri globali per il gruppo, invece di un aggiornamento ad un livello di elemento locale
- la definizione di molte relazioni fra i parametri (equazione 4), riducendo, in tal modo, il numero di parametri indipendenti. Deve anche essere osservato che la stessa matrice  $[C_p]$  nell'equazione (3) offre il potenziale per esprimere relazioni fra i parametri
- l'utilizzo di una modellazione ascendente e di una metodologia di test. In questo approccio i diversi componenti, che costituiscono un assemblato, sono dapprima modellati, testati ed aggiornati separatamente. Ciò è seguito dai test ripetuti a fasi diverse dell'assemblaggio, che permette di focalizzarsi sulla modellazione dei giunti.

Dall'altra parte, il numero di risposte può essere aumentato con:

- l'aggiunta di obiettivi di correlazione. Possono essere incluse non soltanto le risposte che sono direttamente misurabili come massa, spostamento, funzioni di risposta in frequenza o frequenze di risonanza, ma anche obiettivi di correlazione calcolati come il MAC o l'ortogonalità delle deformate modali (figure 3 e 4)
- l'aggiornamento simultaneo dei parametri che sono comuni in varianti del modello FE [3]. Per esempio, i pannelli solari per i satelliti possono essere testati durante differenti fasi di spiegamento e per ciascuna fase esiste un modello FE. Ciò fornisce un

insieme più ricco di dati di test da utilizzarsi per l'aggiornamento delle proprietà degli elementi che sono comuni in tutte le configurazioni. Tali proprietà possono essere, per esempio, la rigidità dei giunti o le proprietà dei materiali. Altri esempi consistono in un dispositivo di lancio testato con differenti livelli di carburante o campioni di test, profilati diversamente, di un materiale composito che necessita di essere identificato

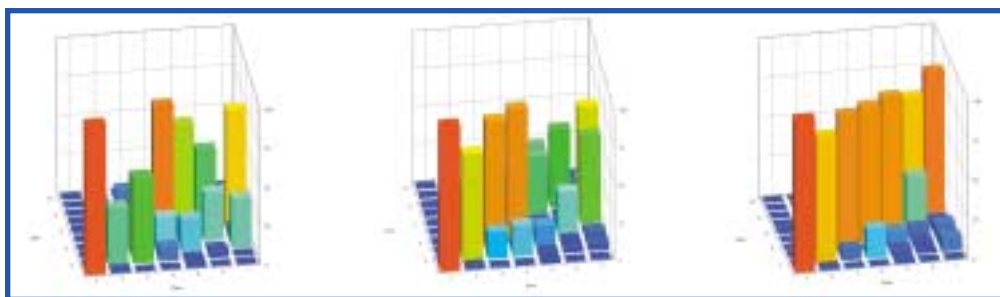
- l'utilizzo di dati di misura a tutto campo (ottici).

Un vantaggio fondamentale dei codici di calcolo commerciali, dedicati all'aggiornamento del modello, come FEMtools [4-5] consiste nel fatto di offrire un ampio intervallo di tipi di risposta e parametri, al fine di esplorare il comportamento del modello di simulazione e, rapidamente, collaudare differenti strategie per migliorare la correlazione con il test. I seguenti strumenti di supporto correlati necessitano di essere prontamente disponibili per un aumento di efficienza:

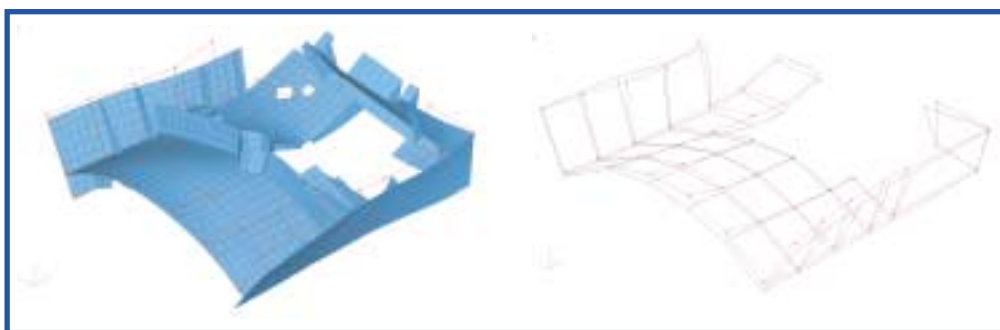
- traduttori di dati - traduttori bi-direzionali sono disponibili per i codici FEA più noti ed i formati dei database di test (NASTRAN, ANSYS, I-DEAS, ABAQUS, File Universali, etc.)
- integrazione dei solutori - per una nuova analisi di un modello FE modificato, virtualmente qualunque solutore può essere impiegato. Comandi di integrazione di processo, interpreti e traduttori disponibili per automatizzare il ciclo iterativo di aggiornamento
- gestione del database - modelli e risultati importati sono convertiti in un database redazionale di tabelle che possono essere editate, visualizzate o processate in tutti i modi possibili.

Operazioni tipiche sono trasformazioni di sistemi di coordinate, normalizzazione di deformate modali e creazione di insiemi di elementi basati su topologia, materiali o geometria

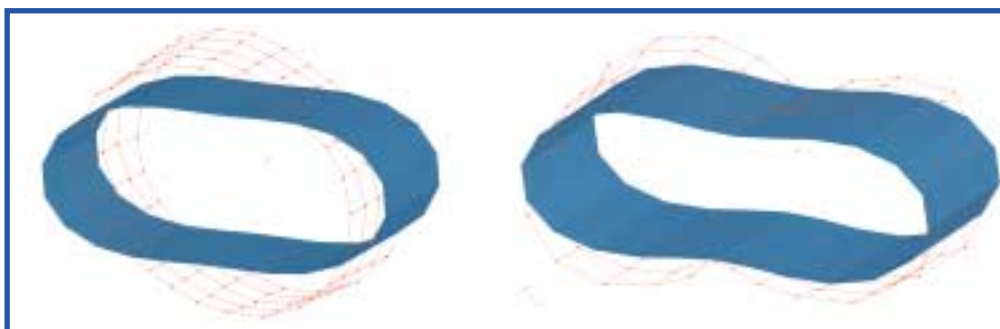
- selezione di parametri e risposte - tutte le proprietà fisiche degli elementi (materiali, geometria), proprietà di sistemi concentrati (ad esempio, massa) e smorzamento (modale, viscoso, strutturale) possono essere selezionate



**Figure 4:** Il criterio di validazione modale (MAC) prima dell'aggiornamento del modello FE (a sinistra), impiegando le frequenze di risonanza di test come target (in mezzo) e le frequenze di risonanza di test + MAC = 100 come target (a destra).



**Figure 5:** Sovrapposizione delle deformate modali FE e sperimentali di un pannello a disco rigido, usando la vista del modello completo (a sinistra) ed il modello riferito alle locazioni dei sensori di test per una miglior interpretazione (a destra).



**Figure 6:** La correlazione fra deformate modali di strutture assialsimmetriche richiede l'adattamento di scala automatico e la rotazione locale dei nodi duplicati. L'immagine a sinistra mostra la sovrapposizione originale della deformata FE (blu) e di quella sperimentale (rosso). L'immagine di destra mostra la stessa sovrapposizione dopo la trasformazione dei nodi.

come parametri di aggiornamento locali o globali. Il codice di calcolo gestisce le tabelle delle proprietà ed evita la perdita di tempo di crearne manualmente delle nuove, a mano a mano che nuovi insiemi di elementi vengono creati. Tutte le risposte strutturali che possono essere misurate, possono essere selezionate come obiettivi di aggiornamento od obiettivi di correlazione possono essere specificati per criteri quali il MAC

- analisi di pre-test - quando è disponibile un modello di base a elementi finiti di una struttura, questo modello può poi essere impiegato per simulare i test. L'impiego di criteri di differente osservabilità od ortogonalità delle deformate modali consente agli ingegneri dei test di localizzare le posizioni e le direzioni ottimali alle quali eccitare la struttura ed effettuare le misure. Il modello FE può essere riferito a queste coordinate e convertito in un modello di test [6-7]
- analisi di correlazione - questa procedura include la map-

patura del modello di test sul modello FE, la correlazione visiva, la correlazione FRF, la correlazione di forma locale e globale ed il calcolo del livello quantitativo di correlazione che può essere usato per monitorare la convergenza durante l'aggiornamento iterativo del modello [8]. Si vedano le figura 5 e 6 per alcuni esempi di correlazione fra deformate modali

- analisi di sensitività - i coefficienti di sensitività quantificano la variazione di un valore di risposta (ad esempio, la frequenza di risonanza o la massa) quale risultato dovuto alla modifica del valore di un parametro
- stima dei parametri - il problema di aggiornamento del modello, che è definito dalle equazioni (3) e (4) è, essenzialmente, un problema di ottimizzazione multi-obiettivo che potenzialmente coinvolge molti parametri (fino al numero di elementi costitutivi del modello FE). Sebbene si possano prendere in considerazione differenti metodi, l'estimatore Bayesian, che è un metodo ai minimi quadrati

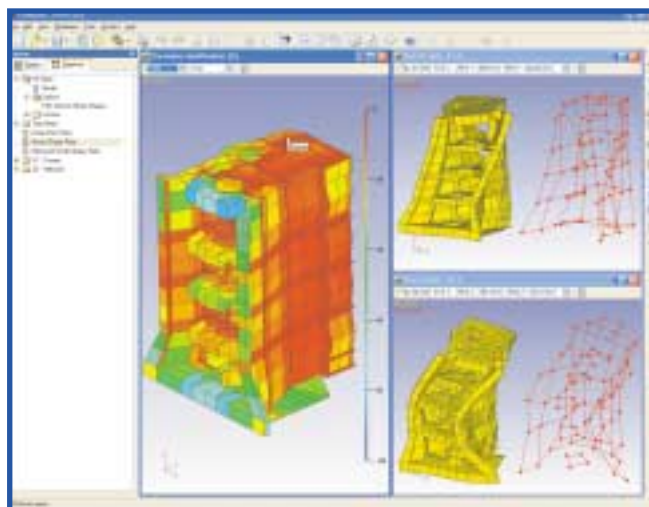
filtrato, si è dimostrato essere molto adatto in termini di velocità e per la capacità di ottenere una convergenza bilanciata e regolare

- modifica dinamica strutturale - questo strumento è impiegato per applicare rapidamente ed analizzare l'effetto di cambiamenti strutturali alla risposta dinamica di

strutture senza la necessità di una nuova mesh o nuove analisi per il solutore FEA [9]. Nel caso in cui non si riesca ad effettuare l'aggiornamento accettabile dei parametri, si può richiedere di analizzare nuovamente il livello geometrico di dettaglio che era stato impiegato nella modellazione. Per esempio, si può valutare, velocemente, l'effetto di aggiungere o togliere massa concentrata o travi di irrigidimento.

Questi strumenti vengono implementati in un ambiente integrato che fornisce, anche, le seguenti caratteristiche:

- grafica - è imperativo che i dati in tutte le fasi del processo possano essere visualizzati usando un rappresentazione grafica 2D e 3D. Più finestre grafiche possono essere aperte per un confronto in parallelo. Animazioni e rappresentazioni grafiche speciali, come le deformate modali FEA riferite alle locazioni di test, possono essere utili per saperne di più sulla struttura (figure 7 e 8).
- interfaccia utente - tutti gli strumenti sono accessibili attraverso menu e riferimenti personalizzabili o con un linguaggio di comandi per procedure automatizzate
- codice di linguaggio - un codice di linguaggio già implementato e librerie di funzioni API forniscono accesso a tutti i dati FEA e di test, agli strumenti di analisi e alle rappresentazioni grafiche al fine di una integrazione, automazione e personalizzazione senza limiti.



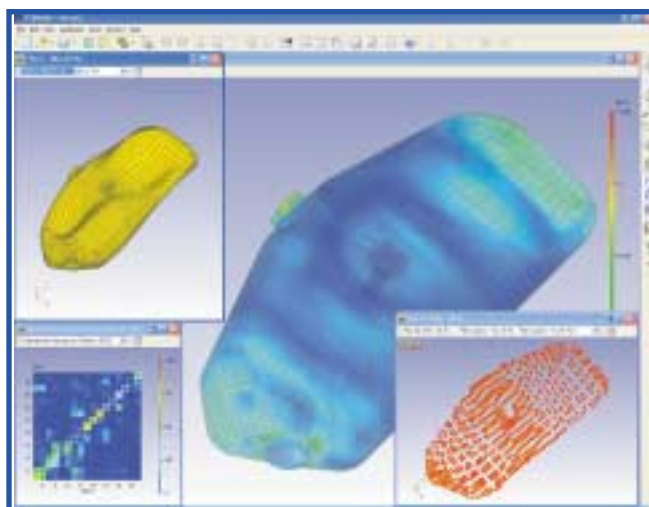
**Figure 7:** Correlazione modale ed analisi di sensitività di un blocco motore, usando una rappresentazione multi-finestra.

## Validazione probabilistica del modello ed aggiornamento

In presenza di dispersioni, la singola risposta deterministica rappresenta soltanto un punto all'interno di una nuvola di valori e, di conseguenza, aggiunge poca informazione sulla affidabilità e sugli andamenti. Nuvole di punti, d'altra parte, possono essere interpretate in termini di probabilità di una valore di risposta che si trova sotto o sopra un livello prescritto. Al minimo, tutte le risposte sono ora definite come un intervallo con l'informazione sulla certezza dell'analista che il valore vero della risposta si trovi all'interno di questo.

Possono essere ottenute informazioni statistiche addizionali, qualora necessarie.

Ottenere nuvole di punti di test richiede la ripetizione dei test su uno stesso prodotto (per rilevare le dispersioni fisiche), analogamente al test di una serie di prodotti simili, per identificare la variabilità del prodotto. Dal punto di vista della simulazione, i parametri di aggiornamento possono essere randomizzati (cioè applicare una distribuzione di probabilità statistica) e, impiegando uno strumento di analisi quale la Simulazione Monte Carlo o altre, ottenere nuvole di punti per ogni combinazione parametro-risposta. Esiste un punto per ogni stato (chiamato anche campione) della variabile in ingresso. Statisticamente, la collezione di tutte le nuvole di punti, una per ciascuna combinazione della variabile ingresso-uscita, rappresenta un nuovo concetto di modello, al quale in letteratura



**Figure 8:** Identificazione di forze di pressione distribuite nella cavità di un silenziatore, basate sulla misura delle deformate operative (ODS) sulla superficie esterna, modi elastici della superficie esterna e modi acustici della cavità. Le misure sono state effettuate impiegando un sistema laser a scansione (evidenziatori rossi).

ci si riferisce spesso col termine meta-modello. Questo modello può essere implementato con relazioni ingresso-ingresso e uscita-uscita. Da queste nuvole di punti si ottengono risultati statistici di post elaborazione, quali istogrammi e la deviazione media e standard delle risposte in output.

La correlazione fra nuvole di punti simulati ed ottenuti sperimentalmente dovrebbe ora essere analizzata impiegando misure statistiche. Un esempio è rappresentato dalla distanza Mahalanobis:

$$d_M = (\mu_1 - \mu_2)^t \text{COV}_p^{-1} (\mu_1 - \mu_2) \quad (5)$$

dove i vettori  $\mu_1$  e  $\mu_2$  rappresentano i centri di gravità per ciascun modello meta e  $\text{COV}_p$  è la matrice comune di covarianza. E' da notare la somiglianza

con l'equazione (3). Mentre una misura deterministica di correlazione, quale l'errore relativo medio sulle frequenze di risonanza, fornisce soltanto una misura istantanea che potrebbe essere buona o cattiva a seconda della coincidenza, la distanza Mahalanobis rappresenta chiaramente una misura molto più sicura, poiché si basa sulla posizione e la forma di nuvole di punti. Coincidenza, fortuna buona o cattiva con le stime dei parametri o condizioni di misura variabili possono, difficilmente, influenzare questo risultato.

Il concetto dei modelli meta, sia per la simulazione numerica che per il test, assieme alla metrica Mahalanobis, permettono un confronto fra le risposte, in un modo efficace e rigoroso.

Posizione, forma e grandezza delle nuvole di punti dovrebbero

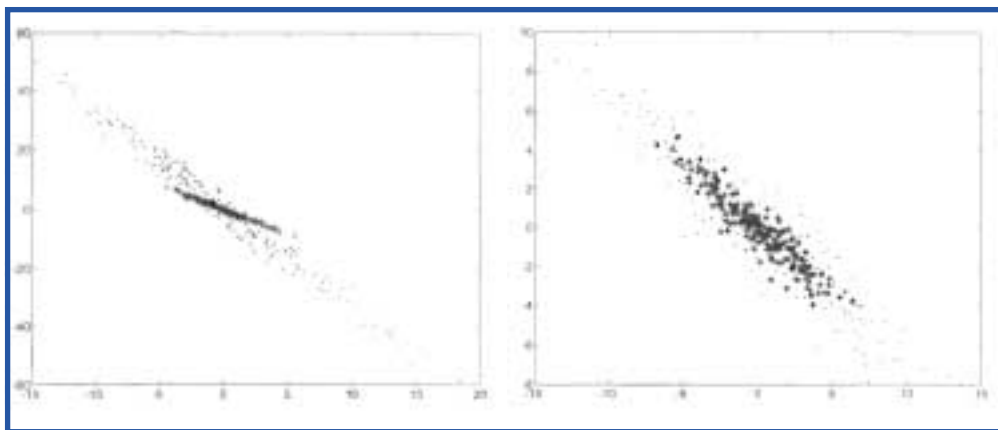
essere confrontate, assunto come riferimento il modello meta di test. Per esempio, consideriamo i grafici delle dispersioni mostrate in figura 9. Le differenze lungo gli assi principali delle due ellissi suggeriscono o una significativa mancanza di discretizzazione della geometria della struttura, una discrepanza fisica fra i due modelli o semplicemente errori di modellazione. Dovrebbe risultare chiaro che la traslazione relativa e la grandezza totale delle nuvole di punti risultano più facili da correggere rispetto alle relative rotazioni. Le prime semplicemente stanno ad indicare errori sistematici o globali, mentre le seconde, di solito, indicano errori fisici (locali).

Come seconda cosa, il livello di dispersione nei due modelli è chiaramente differente.

Sebbene ciò possa risultare desiderabile in alcuni casi, in generale è preferibile ottenere un modello di simulazione che presenti un livello di dispersione che sia bilanciato rispetto alle dispersioni dei dati di test.

Un contributo fondamentale dell'analisi dei modelli meta, ai fini dell'aggiornamento del modello, consiste nella possibilità di determinare, con esattezza, i parametri dominanti di un sistema e di quantificare le correlazioni fra le variabili di ingresso ed uscita. Ciò è l'equivalente dell'analisi di sensitività in analisi deterministiche.

Tuttavia, il concetto di sensitività, o gradienti, non esiste più in presenza delle dispersioni. Così a meno che le dispersioni non siano molto basse e possano essere trascurate, risulta necessario utilizzare altre procedure per l'identificazione dei parametri dominanti. In modo analogo, non tutte le risposte disponibili possono avere uguale rilevanza. In effetti, la post elaborazione statistica può rilevare delle relazioni nascoste ed identificare risposte dipendenti ed indipendenti. Come risultato, l'analista può ridurre l'ordine del sistema, in modo da tener conto soltanto dei parametri più importanti e delle risposte indipendenti. Usando l'analisi di regressione, vengono definite le relazioni fra i parametri dominanti e le risposte indipendenti. Ciò è promettente per la soluzione di alcune delle restanti difficoltà nell'aggiornamento del modello deterministico, quali la selezione dei parametri



**Figure 9:** Esempio di modelli fisicamente distanti (a sinistra) e vicini (a destra) rappresentati attraverso nuvole di punti.



di aggiornamento, la definizione degli obiettivi (cioè quando la correlazione risulta soddisfacente) e l'interpretazione dei risultati. Senza la capacità di indagine aggiuntiva che si può avere dall'analisi probabilistica, queste decisioni devono essere prese confidando, principalmente, sulle capacità di giudizio dell'ingegnere.

L'obiettivo dell'aggiornamento del modello probabilistico consiste, dunque, nel risolvere il sistema di equazioni per proprietà dei parametri non conosciute che modificano il centro di gravità, le direzioni principali e la densità delle nuvole di punti, ottenute dall'analisi probabilistica, per un accordo con le corrispondenti nuvole di punti dei test. In effetti, ciò porta ad un 'aggiornamento' della Funzione Densità di Probabilità (PDF) dei parametri in ingresso in modo tale che la PDF degli output corrisponda a quella delle risposte di riferimento sperimentali. Nella sua forma più semplice, assumendo una distribuzione di probabilità normale, questo significa che in aggiunta al valore nominale (come per l'aggiornamento del modello deterministico) anche la deviazione standard dei parametri del modello dovrebbe essere ottimizzata.

Dovrebbe essere notato che la classifica dei parametri in ingresso, basata su quanto essi influiscano sulle prestazioni del sistema, offre vantaggi addizionali nella successiva fase di miglioramento del progetto. In effetti, un progettista o un

ingegnere non ha bisogno di spendere tempo con i parametri in ingresso che presentano soltanto una influenza minore. Invece le prestazioni funzionali del progetto possono essere modificate più efficacemente lavorando soltanto con i parametri che hanno maggior influenza. La riduzione delle dispersioni su questi parametri (per esempio specificando tolleranze costruttive più severe) è il parametro più remunerativo in termini di affidabilità del progetto. D'altra parte, l'ingegnere dovrebbe aumentare la tolleranza sui parametri che non influenzano, in modo significativo, le prestazioni e nel processo risparmiare denaro sui costi di produzione.

## Riassunto e prospettive future

L'analisi a elementi finiti è diventata uno strumento essenziale in supporto allo sviluppo del prodotto virtuale. Al fine di effettuare il passaggio alla prototipazione digitale e, in tal modo, ridurre il numero di prototipi fisici, le predizioni delle prestazioni dovrebbero essere fornite assieme ad una misura di affidabilità e validate in confronto ai dati sperimentali. La correlazione tra FEA e test risulta un processo complesso che interessa tutti gli aspetti della progettazione ingegneristica e del ciclo di analisi. La complessità e la natura di questa funzione richiede strumenti di cal-

colo dedicati.

L'implementazione di questo processo non è una opzione, ma una necessità. A causa dell'attenzione dedicata alla validazione del modello nei codici di calcolo standard per le applicazioni e nei programmi di conformità di qualità, l'industria sta accelerando il passo al quale questa tecnologia viene utilizzata.

Possono essere identificati alcune tendenze e recenti sviluppi che determinano le prospettive future del FEA e della tecnologia di integrazione col test:

- le strutture dedicate a coprire le distanze fra FEA e test continueranno a svilupparsi. Esse disporranno di una interfaccia completa fra un numero maggiore di codici FEA e sistemi di test e forniranno sempre più strumenti di diagnostica, algoritmi di aggiornamento e guide di supporto
- ci si aspetta di vedere strumenti quali progettazione di esperimenti, metodi basati sulle superfici di risposta ed analisi di sensitività di ordine più alto diventare parti degli strumenti integrati di aggiornamento del modello, per fornire analisi variazionali dei parametri in tempo reale, ai fini di una esplorazione più veloce dello spazio delle soluzioni
- correlazione statistica ed aggiornamento probabilistico del modello sono naturalmente correlati ad una progettazione sicura e a metodi di analisi di affidabilità ed un allineamento di queste tecno-

logie risulterebbe di mutuo vantaggio

- l'aggiornamento del modello giocherà un ruolo importante in applicazioni quali monitoraggio strutturale della salute [10] ed identificazione di materiali [11]. Queste applicazioni trarranno vantaggio dai miglioramenti nella strumentazione di test (misure 2D e 3D a tutto campo, sensori senza cavi) e dalla elaborazione dei dati (algoritmi per analisi modale di solo output, fotogrammetria, correlazione di immagini digitali). Misure più facili di spostamento, velocità, accelerazione, deformazione o temperatura permetteranno la validazione del modello e l'aggiornamento in ogni settore della simulazione, ad esempio analisi termica, acustica, statica e dinamica non lineare).

Queste capacità estese, rese possibili grazie alle potenzialità massive di calcolo, contribuiranno a creare modelli di simulazione più affidabili ed utilizzabili, la qual cosa costituendo un prerequisito per poter trarre vantaggio del massimo potenziale del CAE nei prossimi decenni.

L'autore può essere contattato al sito [eddy.dascotte@femtools.com](mailto:eddy.dascotte@femtools.com)

Ulteriore letteratura ed articoli stampabili sono disponibili al sito <http://www.femtools.com>

### REFERENCES

1. Dascotte E., "The Use of FE Model Updating and Probabilistic Analysis for Dealing with Uncertainty in Structural Dynamics Simulation", Proceedings of the 2003 Japan Modal Analysis Conference (IMAC), September 10-12, 2003, Tokyo, Japan.
2. Friswell M.I., Mottershead J.E., "Model Updating in Structural Dynamics: A Survey", Journal of Sound and Vibration 167:347-375.
3. Lauwagie T., Dascotte E., Layered Material Identification using Multi-Model Updating. Proceedings of the 3rd International Conference on Structural Dynamics Modeling - Test, Analysis, Correlation and Validation - Madeira Island, Portugal, June 2002.
4. FEMtools 3.0, Software for Correlation, Validation and Updating of Simulation Models, Dynamic Design Solutions N.V., [www.femtools.com](http://www.femtools.com).
5. Dascotte E., "Practical Applications of Finite Element Model Tuning using Experimental Modal Data", Sound and Vibration, June 1991.
6. Larson C. B., Zimmerman D. C., and Marek, E. L., "A

Comparison of Modal Test Planning Techniques: Excitation and Sensor Placement Using the NASA 8-Bay Truss", Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference (IMAC), 1994.

7. Bleslloch P. A., "Shape- and Matrix Based Sensor Selection Algorithms", Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference (IMAC), 2002.
8. Allemang, R.J., "The Modal Assurance Criterion - Twenty Years of Use and Abuse", Sound and Vibration, August 2003.
9. Avitabile, P., "Twenty Years of Structural Dynamic Modification - A Review", Sound and Vibration, January 2003.
10. Lord J.F., Ventura C., Dascotte E., Automated Model Updating using Ambient Vibration Data from a 48-Storey Building in Vancouver. Proceedings of the 22th International Modal Analysis Conference (IMAC), January 2004, Detroit, Michigan.
11. Dascotte E., Material Identification of Composite Structures from the Combined Use of Finite Element Analysis and Experimental Modal Analysis, Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, February 1992, San Diego, California.